

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
Математического и прикладного анализа
А.И. Шашкин
подпись, расшифровка подписи
21.03.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.17 Комплексный анализ

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

15.03.06 Мехатроника и робототехника

2. Профиль: Интеллектуальные системы управления в мехатронике и робототехнике

3. Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*

4. Форма обучения: *Очная*

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Математического и прикладного анализа

6. Составители программы: *Засорин Юрий Валентинович, к.ф.-м.н., доцент*

7. Рекомендована: НМС факультета 17.03.2025, протокол № 6

8. Учебный год: 2026/2027 **Семестр(-ы):** 4

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью дисциплины является: выработка у студентов углубленного понимания таких фундаментальных понятий как комплексная дифференцируемость, комплексная аналитичность, конформное отображение, знакомство с методами теории функций комплексной переменной и примерами их применения при решении задач математического анализа.

Задачи учебной дисциплины: овладение аппаратом и методами теории функций комплексной переменной, выработка навыков применения этих методов к задачам и проблемам математического и функционального анализа, уравнениям в частных производных математической физики, теории упругости и гидромеханики.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: учебная дисциплина относится к обязательной части Блока 1. Она требует от студентов владение основами математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии. Кроме того, обучающемуся необходимо обладание культурой мышления, способностью к интеллектуальному, и профессиональному саморазвитию, стремлением к повышению своей квалификации и мастерства, способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии, способностью понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным проблемам. Дисциплины, в которых используются знания, навыки и умения, полученные в рамках настоящей дисциплины: «Уравнения математической физики», «Функциональный анализ», «Теория упругости» и «Гидромеханика».

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Решает типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук	знать: понятие комплексного числа, действия над комплексными числами, понятия предела последовательности комплексных чисел, функции комплексной переменной, предела и непрерывности функции комплексной переменной, производной и интеграла от функции комплексной переменной. уметь: логически мыслить, самостоятельно расширять свои математические знания, применять свои знания при решении задач. владеть: методами исследования и решения задач, относящихся к следующим разделам комплексного анализа: комплексные числа, функции комплексной переменной,
		ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач	

				производная и интеграл от функции комплексной переменной
--	--	--	--	--

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (в соответствии с учебным планом) — 4/144.

Форма промежуточной аттестации экзамен .

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			4 семестр
Аудиторные занятия		64	64
в том числе:	лекции	32	32
	практические	32	32
	лабораторные		
	курсовая работа		
Самостоятельная работа		44	44
Промежуточная аттестация		36	36
Итого:		144	144

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК* Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
1. Лекции			

1. 1.	Комплексные числа и действия над ними. Формулы Муавра	Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами. Модуль и аргумент. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формулы Муавра извлечения корней из комплексных чисел.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
2.1.	Расширенная комплексная плоскость и её свойства. Функции комплексной переменной. Предел. Обобщенная непрерывность Однолиственность R-линейные и C-линейные функционалы и их свойства.	Понятие бесконечно удаленной точки. Открытые и замкнутые множества. Последовательности комплексных чисел и их свойства.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
3. 1.		Понятие функции комплексной переменной. Способы задания. Два определения предела функции. Непрерывность и обобщенная непрерывность. Понятие однолиственности.	
4. 1.		Понятие R-линейного и C-линейного функционала. Структура R-линейных и C-линейных функционалов. Критерий C-линейного функционала. Геометрические свойства R-линейных и C-линейных функционалов.	
5. 1.	Дифференцируемость функций комплексной переменной. Условие Коши-Римана	Понятие R-дифференцируемости и C-дифференцируемости функции комплексной переменной. Теорема Коши-Римана (необходимое и достаточное условие C-дифференцируемости).	
6. 1.	Комплексная производная и ее свойства	Элементарные свойства C-дифференцируемых функций (дифференцируемость суммы, произведения, частного и композиции).	
7. 1.	Понятие аналитической функции. Свойства аналитических функций	Понятие комплексной производной. Связь с C-дифференцируемостью. Простейшие свойства комплексной производной. Способы вычисления комплексной производной.	
8. 1.	Элементарные функции комплексной переменной и их свойства	Вычисление комплексной производной от элементарных функций.	
9. 1.	Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства. Теоремы Коши для односвязных областей. Теорема Коши для многосвязных областей.	Аналитичность функции комплексной переменной в точке и на множестве. Классы аналитических функций. Линейная функция. Степенная функция. Показательная, логарифмическая, тригонометрические и обратные тригонометрические функции комплексной переменной и их свойства. Многозначные функции. Главное значение многозначной функции. Точки ветвления. Области конформности.	
10. 1.	Интегральная формула Коши. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции	Ориентированные контуры в комплексной плоскости.	
11. 1.	Формулы среднего значения и следствия из них. Принцип максимума.. Теорема Лиувилля	Понятие интеграла от Ф.К.П. Связь с интегралом Римана и криволинейными интегралами 2-го	

12. 1.	Первообразная. Локальная первообразная. Теоремы о первообразных. Теорема Мореры. Теорема Вейерштрасса	рода. Свойства интеграла (линейность, аддитивность, ориентированность, оценки интеграла). Примеры вычисления интегралов от Ф.К.П. Число связности области. Ориентированная граница области. Теоремы Коши для односвязных областей (1-ая и 2-ая формулировки). Теорема Коши для многосвязных областей. Интегральная формула Коши и ее модификации. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции. Аналитичность производных аналитической функции. Вычисление интегралов с помощью интегральных формул Коши. Формулы среднего значения для аналитической функции (1- ая, 2-ая и 3-я). Принцип максимума модуля для аналитической функции. Понятие целой функции. Теорема Лиувилля. Следствия из теоремы Лиувилля. Понятие первообразной и локальной первообразной. Свойства первообразной. Теоремы о первообразной и локальной первообразной. Неопределенный интеграл и формула Ньютона-Лейбница. Теоремы Мореры и Вейерштрасса (об аналитичности предела равномерно сходящейся последовательности аналитических функций).	
13. 1.	Функциональные и степенные ряды. Область сходимости. Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля. Аналитичность суммы степенного ряда	Функциональные ряды. Типы сходимости. Область сходимости. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара и радиус сходимости. Аналитичность сумм степенных рядов. Теорема Абеля. Примеры.	
14. 1.	Теорема Тейлора. Теорема единственности тейлоровского разложения. 3 определения аналитической функции Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема единственности Ряды Лорана. Область сходимости. Теорема Лорана	Теорема Тейлора и единственность тейлоровского разложения аналитической функции. Эквивалентность 3-х определений аналитической функции (Коши, Мореры, Тейлора). Разложение в ряды Тейлора элементарных Ф.К.П.. Методы разложения в ряд Тейлора аналитических функций. Нули аналитической функции. Порядок нуля. Вычисление порядка нуля. Теорема единственности для аналитических функций и следствия из нее. Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана. Теорема о единственности лорановского разложения аналитической функции. Разложение	
15. 1.			
16. 1.			

		аналитических функций в ряды Лорана.	
17. 1.	Особые точки аналитической функции. Классификация изолированных особых точек. Критерий правильной точки. Связь И.О.Т. с лорановским разложением. Теорема Сохоцкого	Изолированные и неизолированные особые точки аналитической функции. Устранимая особенность, полюс и существенно особая точка. Их связь с лорановским разложением. Критерий правильной точки. Порядок полюса и его вычисление. Теорема Ю.В.Сохоцкого. Нахождение особых точек и установление их типа.	
18. 1.	Понятие вычета. Связь вычета с лорановским разложением. Формулы вычета в полюсе. Основная теорема о вычетах. Вычет на бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов	Определение вычета аналитической функции. Способы вычисления вычетов в правильной точке, полюсе и существенно особой точке. Определение вычета в бесконечно удаленной точке. Теорема о полной сумме вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.	
2. Практические занятия			
1. 2.	Комплексные числа и действия над ними. Формулы Муавра	Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами. Модуль и аргумент. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формулы Муавра извлечения корней из комплексных чисел.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
2. 2.	Расширенная комплексная плоскость и её свойства.	Понятие бесконечно удаленной точки. Открытые и замкнутые множества. Последовательности комплексных чисел и их свойства.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
3. 2.	Функции комплексной переменной. Предел. Обобщенная непрерывность. Однолиственность	Понятие функции комплексной переменной. Способы задания. Два определения предела функции. Непрерывность и обобщенная непрерывность. Понятие однолиственности.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
4. 2.	R-линейные и C-линейные функционалы и их свойства.	Понятие R-линейного и C-линейного функционала. Структура R-линейных и C-линейных функционалов. Критерий C-линейного функционала. Геометрические свойства R-линейных и C-линейных функционалов.	
5. 2.	Дифференцируемость функций комплексной переменной. Условие Коши-Римана	Понятие R-дифференцируемости и C-дифференцируемости функции комплексной переменной. Теорема Коши-Римана (необходимое и достаточное условие C-дифференцируемости). Элементарные свойства C-дифференцируемых функций (дифференцируемость суммы, произведения, частного и композиции).	
6. 2.	Комплексная производная и ее свойства	Понятие комплексной производной. Связь с C-дифференцируемостью. Простейшие свойства комплексной производной. Способы вычисления комплексной производной. Вычисление комплексной	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626

		производной от элементарных функций.	
7. 2.	Понятие аналитической функции. Свойства аналитических функций	Аналитичность функции комплексной переменной в точке и на множестве. Классы аналитических функций.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
8. 2.	Элементарные функции комплексной переменной и их свойства	Линейная функция. Степенная функция. Показательная, логарифмическая, тригонометрические и обратные тригонометрические функции комплексной переменной и их свойства. Многозначные функции. Главное значение многозначной функции. Точки ветвления. Области конформности.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
9. 2.	Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства. Теоремы Коши для односвязных областей. Теорема Коши для многосвязных областей.	Ориентированные контуры в комплексной плоскости. Понятие интеграла от Ф.К.П. Связь с интегралом Римана и криволинейными интегралами 2-го рода. Свойства интеграла (линейность, аддитивность, ориентированность, оценки интеграла). Примеры вычисления интегралов от Ф.К.П. Число связности области. Ориентированная граница области. Теоремы Коши для односвязных областей (1-ая и 2-ая формулировки). Теорема Коши для многосвязных областей.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
10. 2.	Интегральная формула	Интегральная формула Коши и ее модификации.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
	Коши. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции	Интегральная формула Коши для производных аналитической функции. Аналитичность производных аналитической функции. Вычисление интегралов с помощью интегральных формул Коши.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
11. 2.	Формулы среднего значения и следствия из них. Принцип максимума.. Теорема Лиувилля	Формулы среднего значения для аналитической функции (1-ая, 2-ая и 3-я). Принцип максимума модуля для аналитической функции. Понятие целой функции. Теорема Лиувилля. Следствия из теоремы Лиувилля.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
12. 2.	Первообразная. Локальная первообразная. Теоремы о первообразных. Теорема Мореры. Теорема Вейерштрасса	Понятие первообразной и локальной первообразной. Свойства первообразной. Теоремы о первообразной и локальной первообразной. Неопределенный интеграл и формула Ньютона-Лейбница. Теоремы Мореры и Вейерштрасса (об аналитичности предела равномерно сходящейся последовательности аналитических функций).	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626

13. 2.	Функциональные и степенные ряды. Область сходимости. Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля. Аналитичность суммы степенного ряда	Функциональные ряды. Типы сходимости. Область сходимости. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара и радиус сходимости. Аналитичность сумм степенных рядов. Теорема Абеля. Примеры.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
14. 2.	Теорема Тейлора. Теорема единственности тейлоровского разложения. 3 определения аналитической функции	Теорема Тейлора и единственность тейлоровского разложения аналитической функции. Эквивалентность 3-х определений аналитической функции (Коши, Мореры, Тейлора). Разложение в ряды Тейлора элементарных Ф.К.П.. Методы разложения в ряд Тейлора аналитических функций.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
15. 2.	Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема единственности	Нули аналитической функции. Порядок нуля. Вычисление порядка нуля. Теорема единственности для аналитических функций и следствия из нее.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
16. 2.	Ряды Лорана. Область сходимости. Теорема Лорана	Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана. Теорема о единственности лорановского разложения аналитической функции. Разложение аналитических функций в ряды Лорана.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
17. 2.	Особые точки аналитической функции. Классификация изолированных особых точек. Критерий правильной точки. Связь И.О.Т. с лорановским разложением. Теорема Сохоцкого	Изолированные и неизолированные особые точки аналитической функции. Устранимая особенность, полюс и существенно особая точка. Их связь с лорановским разложением. Критерий правильной точки. Порядок полюса и его вычисление. Теорема Ю.В.Сохоцкого. Нахождение особых точек и установление их типа.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626
18. 2.	Понятие вычета. Связь вычета с лорановским разложением. Формулы вычета в полюсе. Основная теорема о вычетах. Вычет на бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов	Определение вычета аналитической функции. Способы вычисления вычетов в правильной точке, полюсе и существенно особой точке. Определение вычета в бесконечно удаленной точке. Теорема о полной сумме вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
4 семестр.						
1.	Комплексные числа и действия над ними. Формулы Муавра.	1	1		2	4
2.	Расширенная комплексная плоскость и её свойства.	1	1		2	4
3.	Функции комплексной	1	1		2	4

	переменной. Предел. Обобщенная непрерывность. Однолистность.					
4.	R-линейные и C-линейные функционалы и их свойства.	1	1		2	4
5.	Дифференцируемость функций комплексной переменной. Условие Коши- Римана.	2	2		2	6
6.	Комплексная производная и ее свойства.	2	2		2	6
7.	Понятие аналитической функции. Свойства аналитических функций.	2	2		2	6
8.	Элементарные функции комплексной переменной и их свойства.	2	2		2	6
9.	Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства. Теоремы Коши для односвязных областей. Теорема Коши для многосвязных областей.	2	2		2	6
10.	Интегральная формула Коши. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции.	2	2		2	6
11.	Формулы среднего значения и следствия из них. Принцип максимума. Теорема Лиувилля.	2	2		3	7
12.	Первообразная. Локальная первообразная. Теоремы о первообразных. Теорема Мореры. Теорема Вейерштрасса.	2	2		3	7
13.	Функциональные и степенные ряды. Область сходимости. Теорема Коши- Адамара. Теорема Абеля. Аналитичность суммы степенного ряда.	2	2		3	7
14.	Теорема Тейлора. Теорема единственности тейлоровского разложения. 3 определения аналитической функции.	2	2		3	7
15.	Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема единственности.	2	2		3	7
16.	Ряды Лорана. Область сходимости. Теорема Лорана.	2	2		3	7
17.	Особые точки аналитической функции. Классификация изолированных особых точек. Критерий правильной точки. Связь И.О.Т. с	2	2		3	7

	лорановским разложением. Теорема Сохоцкого.					
18.	Понятие вычета. Связь вычета с лорановским разложением. Формулы вычета в полюсе. Основная теорема о вычетах. Вычет на бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов.	2	2		3	7
Итого за 4-ый семестр:		32	32		44	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Следует систематически посещать лекционные и семинарские занятия. Материалы этих занятий следует внимательно изучать и регулярно выполнять домашние задания. На занятиях нужно вести себя активно. Для достижения хороших результатов при изучении дисциплины студентам также необходимо самостоятельно разбирать материалы лекций и соответствующие темы в рекомендованных учебниках, ни в коем случае не заменяя их сетевыми ресурсами, формируемыми любыми пользователями сети (Википедия и т.п.).

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ / Б.В.Шабат : В 2 ч.— СПб. : Лань, 2004 – Ч. 1 : Функции одного переменного. – 2004. –336 с.
2.	Волковисский Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного / Л.И. Волковисский, Г.Л. Лунц, И.Г. Абрамович. – М.: Физматлит, 2006. – 312 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
.1	Лаврентьев М.А. Методы теории функции комплексного переменного / М.А.Лаврентьев, Б.В. Шабат. – М.: Лань, 2002. –688 с.
	Задания к курсовой работе по курсу "Теория функций комплексной переменной" : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 3 курса вечер. отд-ния фак. ПММ специальности 010501 - Прикладная математика и информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: Э.Л. Шишкина, Л.Н. Ляхов .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010 .— 36 с. <URL:elib/texts/method/vsu/m10-224.pdf>.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Источник
1.	http://e.lanbook.com/
2.	http://www.lib.vsu.ru/
3	https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=6626

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы
(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1.	Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ / Б.В.Шабат : В 2 ч.— СПб. : Лань, 2004 – Ч. 1 : Функции одного переменного. – 2004. –336 с.
2.	Волковисский Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного / Л.И. Волковисский, Г.Л. Луц, И.Г. Абрамович. – М.: Физматлит, 2006. – 312 с.
3.	Лаврентьев М.А. Методы теории функции комплексного переменного / М.А.Лаврентьев, Б.В. Шабат. – М.: Лань, 2002. –688 с.
4.	Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Текст] : учебник .— Москва : Лань, 2009 .— 432 с. : ил. — 1 экз. — .— ISBN 978-5-8114-0913-6 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322 >.
5.	https://edu.vsu.ru/enroll/index.php?id=6626

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

При реализации учебной работы используются следующие образовательные технологии: обсуждение на лекциях теоретических методов, разбор практических задач на практических занятиях, различные формы стимулирования самостоятельной работы студентов.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения лекций специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).
ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, Мой Офис, Libre Office).

Учебная аудитория для практических занятий и организации самостоятельной работы: специализированная мебель, персональные компьютеры в количестве, обеспечивающем возможность индивидуальной работы, компьютер преподавателя, мультимедийное оборудование (проектор, экран).
ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, Мой Офис, Libre Office).

19. Фонд оценочных средств:

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.1	Комплексные числа и действия над ними. Формулы Муавра.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, Контрольная работа
1.2	Расширенная комплексная плоскость и её свойства.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, Контрольная работа
1.3	Функции комплексной переменной.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, Контрольная работа
1.4	Предел. Обобщенная непрерывность.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, Контрольная работа

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	Однолиственность.			
1.5	R-линейные и C-линейные функционалы и их свойства.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, <i>Контрольная работа</i>
1.6	Дифференцируемость функций комплексной переменной. Условие Коши- Римана.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, <i>Контрольная работа</i>
1.7	Комплексная производная и ее свойства.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, <i>Контрольная работа</i>
1.8	Понятие аналитической функции. Свойства аналитических функций.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, <i>Контрольная работа</i>
1.9	Элементарные функции комплексной переменной и их свойства.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, <i>Контрольная работа</i>
1.10	Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства. Теоремы Коши для односвязных областей. Теорема Коши для многосвязных областей.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, <i>Контрольная работа</i>
1.11	Интегральная формула Коши. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, <i>Контрольная работа</i>
1.12	Формулы среднего значения и следствия из них. Принцип максимума. Теорема Лиувилля.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, <i>Контрольная работа</i>
1.13	Первообразная. Локальная первообразная. Теоремы о первообразных. Теорема Мореры. Теорема Вейерштрасса.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, <i>Контрольная работа</i>
	лорановским разложением. Теорема Сохоцкого.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, <i>Контрольная работа</i>
	Понятие вычета. Связь вычета с лорановским разложением. Формулы вычета в полюсе. Основная теорема о вычетах. Вычет на	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, <i>Контрольная работа</i>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов.			
	Ряды Лорана. Область сходимости. Теорема Лорана.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, <i>Контрольная работа</i>
	Особые точки аналитической функции. Классификация изолированных особых точек. Критерий правильной точки. Связь И.О.Т. с лорановским разложением	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Практические задания, <i>Контрольная работа</i>
Промежуточная аттестация форма контроля –экзамен				Перечень вопросов к экзамену

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Практические задания/

(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)

Перечень практических заданий

1. Найти все значения $\sqrt[4]{i}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
2. Найти все значения $\sqrt[4]{-16}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
3. Найти все значения $\sqrt[3]{-i}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
4. Найти все значения $\sqrt[4]{-i}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
5. Вычислить значение

$$\left(\frac{1-i}{1-i\sqrt{3}} \right)^{40}.$$

6. Вычислить значение

$$\left(\frac{1 - i\sqrt{3}}{1 + i} \right)^{40}.$$

7. Вычислить значение

$$\left(\frac{1 + i}{1 + i\sqrt{3}} \right)^{30}.$$

8. Вычислить значение

$$\left(\frac{1 - i}{\sqrt{3} + i} \right)^{30}.$$

9. Определить аналитическую функцию $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ по ее заданной вещественной части

$$u(x, y) = x + e^{-2y} \cos 2x.$$

10. Определить аналитическую функцию $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ по ее заданной мнимой части

$$v(x, y) = x + e^{-y} \sin x.$$

11. Найти конформное отображение треугольника с вершинами в точках $-i, 0, -1$ на подобный ему треугольник с вершинами в точках $2, 2i, -2$.

12. Найти конформное отображение полукруга $\{z \in \mathbb{C} : |z + 2i| < 1, \operatorname{Re} z < 0\}$

на полукруг $\{w \in \mathbb{C} : |w + 1| < 1/2, \operatorname{Im} w < 0\}$.

13. Найти конформное отображение треугольника с вершинами в точках $0, -1, -1 + i$ на подобный ему треугольник с вершинами в точках $0, 2 - 2i, 4$.

14. Найти конформное отображение полукруга $\{z \in \mathbb{C} : |z - 2| < 1, \operatorname{Im} z < 0\}$

на полукруг $\{w \in \mathbb{C} : |w - 2i| < 1/2, \operatorname{Re} w > 0\}$.

15. Вычислить интеграл

$$\int_{|z|=1} \bar{z} dz.$$

16. Вычислить интеграл

$$\int_{\gamma} \operatorname{Re} z dz,$$

где γ – участок параболы $y = x^2$ от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 1 + i$.

Описание технологии проведения Проводится путем проверки выполненных упражнений

Критерии и шкалы оценивания

Оценка	Критерии оценок
Отлично	Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов
Хорошо	Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов, но есть некоторые ошибки.
Удовлетворительно	Неправильное решение задачи, но верно выбран метод решения.
Неудовлетворительно	Неправильное решение задачи, причем неверно выбран метод решения.

Контрольная работа

Пример варианта контрольной работы

1. Найти все значения $\sqrt[6]{1}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
2. Определить аналитическую функцию $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ по ее заданной вещественной части

$$u(x, y) = x + e^x \cos y.$$

Описание технологии проведения Проводится на практическом занятии, время проведения 2 часа. Результаты предоставляются на проверку в письменном виде.

Критерии и шкалы оценивания

Оценка	Критерии оценок
Отлично	Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов
Хорошо	<i>Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов, но есть некоторые ошибки.</i>
Удовлетворительно	<i>Неправильное решение задачи, но верно выбран метод решения.</i>
Неудовлетворительно	<i>Неправильное решение задачи, причем неверно выбран метод решения.</i>

Контрольная работа может проводиться в виде теста в электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ». Вопросы проверяются автоматически

Перечень примерных заданий теста

ОПК-1

- 1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Вычислить значение: $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$

- а) i ;
- б) 1 ;
- в) 0 ;
- г) $(1-i)^6$.

2. С помощью формулы Муавра найти все значения комплексного корня: $\sqrt[3]{-27i}$

- а) $3i, -3i, 0$;
- б) $-3i$;
- в) $\frac{3}{2}(\sqrt{3}-i), 3i, -\frac{3}{2}(\sqrt{3}+i)$;
- г) $3(i+1), -3i, 3(1-i)$.

3. Для функции $\frac{1}{1+e^{\frac{1}{z}}}$ определить характер особой точки $z_0 = 0$:

- а) устранимая особая точка;
- б) полюс;
- в) существенно особая точка;
- г) нет правильного ответа

Правильные ответы

- 1. а
- 2. в
- 3. в
- 4. г

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

1. Вычислить интеграл с помощью вычетов, считая, что обход замкнутого контура происходит в положительном направлении:

$$\oint_C \frac{e^z}{z(z^2-9)} dz, \text{ где } C - \text{окружность } |z| = 1.$$

Ответ: $-\frac{2\pi i}{9}$.

Описание технологии проведения. Для студента будет предложено десять вопросов. На прохождение теста отводится 30 минут. Максимальное число баллов, которое может получить студент, пройдя тест, равно **30** баллам. Правила оценивания вопросов приведены в «**Критерии и шкалы оценивания**».

Критерии и шкалы оценивания:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ, в том числе частично.

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

- 5 баллов – задание выполнено верно;
- 2 балла – выполнение задания содержит незначительные ошибки;
- 0 баллов – задание не выполнено или выполнено неверно.

Тест засчитывается при получении 25 и более баллов.

25-26- удовлетворительно

27-28 – хорошо

29-30 -отлично

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Перечень вопросов к экзамену :

2. Комплексные числа и действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная форма записи комплексного числа. Извлечение корня из комплексного числа.
3. Последовательности комплексных чисел и их свойства. Неограниченно возрастающая последовательность. Бесконечно удаленная точка комплексной плоскости. Расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана и стереографическая проекция.
4. Понятие функции комплексной переменной. Вещественная и мнимая части функции комплексной переменной. Однозначные и многозначные функции. Однолистные функции.
5. Предел и непрерывность функции комплексной переменной.
6. Дифференцирование функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана.
7. Аналитические функции комплексной переменной и их свойства.
8. Геометрический смысл производной функции комплексной переменной.
9. Конформные отображения и их свойства. Линейные функции комплексной переменной.
10. Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства.
11. Теорема Коши для односвязной области.
12. Теорема Коши для многосвязной области.
13. Интегральная формула Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций.
14. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
15. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.
16. Классификация особых точек аналитической функции.
17. вычисление интегралов с помощью вычетов.

Описание технологии проведения Проводится на основе КИМ, составленных из вопросов из перечня. Результаты предоставляются на проверку в письменном виде.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач с использованием численных методов.	<i>Отлично</i>
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному (двум) из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. В доказательствах утверждений и в математических преобразованиях допущены неточности.	<i>Хорошо</i>
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум(трем) из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теории или допускает существенные ошибки в математических выкладках.	<i>Удовлетворительно</i>
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем(четырем) из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.	<i>Неудовлетворительно</i>

Оценка промежуточной аттестации формируется как интегральная оценка по следующей формуле:

$$Q_{\text{проммтест}} = 0,5Q_{\text{текамтес}} + 0,5Q_{\text{экз}}$$

При округлении оценки используется правило округления. При получении оценки менее 3 баллов - выставляется «не зачтено». Считается, что контрольная работа и лабораторные работы должны быть зачтены.

Студент, выполнивший в полном объеме программу курса (выполнена контрольная работа с оценкой «отлично» и/или «хорошо») и имеющий посещаемость занятий 75% и более, на усмотрение преподавателя может быть освобожден от вопросов к экзамену. В этом случае промежуточная аттестация осуществляется по текущей аттестации

20.3 Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).